

О ВОЗМОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ АТТРАКТОРА СМЕЙЛА-ВИЛЬЯМСА В ДИНАМИКЕ НЕЙРОНА С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Ю.В. Седова, С.П. Кузнецов

Саратовский филиал ИПЭ им. В. А. Котельникова РАН

E-mail: sedovayv@yandex.ru

Модель ФитцХью – Нагумо [1,2] – это один из примеров характерного для теории колебаний и волн междисциплинарного подхода, когда одни и те же уравнения привлекаются для описания объектов разной физической природы, так что понимание явлений, имеющих место в одной области науки, углубляет и обогащает понимание поведения объектов другой области. В отношении модели ФитцХью – Нагумо речь идет об уравнениях, обеспечивающих феноменологическое описание нейрона и применимых также для электронной схемы осциллятора Бонхоффера – ван дер Поля.

В работе введена в рассмотрение новая модель, способная демонстрировать гиперболический хаос, – модель нейрона ФитцХью-Нагумо с модуляцией параметра и цепью запаздывающей обратной связи, где реализуется квадратичное преобразование передаваемого сигнала. Представлены численные результаты, подтверждающие гиперболическую природу хаоса в широкой области параметров.

Идея построения модели с гиперболическим хаосом на основе одного нейрона с модуляцией параметра состоит в том, чтобы модифицировать систему, рассмотренную ранее в [3], заменив воздействие со стороны системы-партнера передачей возбуждения от того же самого осциллятора посредством дополнительно введенной цепи запаздывающей обратной связи. А именно, рассмотрим уравнения с запаздыванием следующего вида:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= cx - \frac{1}{3}x^3 - y, \\ \dot{y} &= ax - by + \varepsilon \dot{x}^2(t - \tau).\end{aligned}$$

Здесь x и y – динамические переменные, имеющие смысл мембранного потенциала и медленной переменной восстановления, a , b и c – параметры, считающиеся в оригинальной модели [1,2] постоянными, в нашем же случае полагаем $a = (a_0 - a_1 \sin \Omega t)$, $b = (b_0 - b_1 \cos \Omega t)$, τ – время запаздывания (будем считать, что оно равно полупериоду модуляции $\tau = \pi/\Omega$).

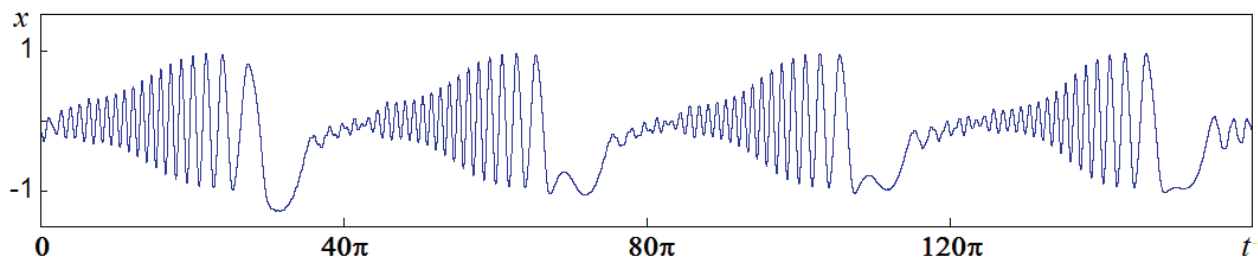


Рис.1. Временная реализация динамической переменной $x(t)$ на четырех периодах модуляции параметров. Значения параметров: $a_0 = a_1 = 1.5$, $b_0 = b_1 = 0.1$, $c = 0.2$, $\varepsilon = 0.3$, $\Omega = 0.05$.

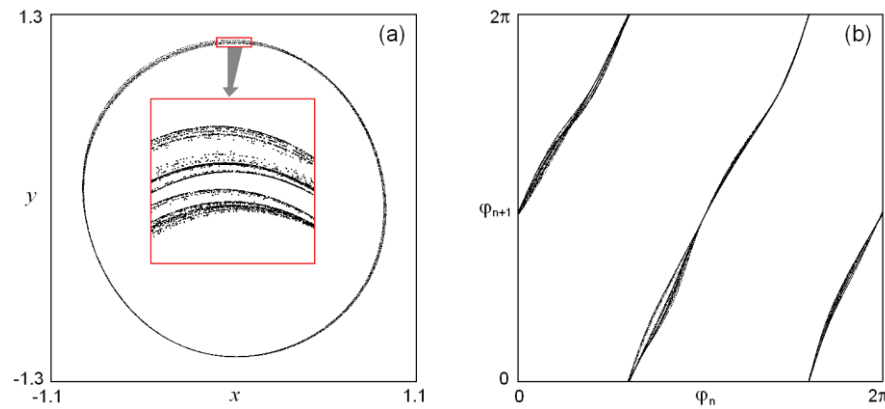


Рис.2. Двумерная проекция аттрактора Смейла-Вильямса для отображения Пуанкаре, где на вставке с увеличением показана поперечная структура соленоида (а), и диаграмма последовательных фаз спайковых колебаний, отвечающих последовательным бёрстам, иллюстрирующая удвоение угловой переменной за полпериода модуляции параметров (б). Параметры системы $a_0 = a_1 = 1.5$, $b_0 = b_1 = 0.1$, $c = 0.2$, $\varepsilon = 0.3$, $\Omega = 0.05$.

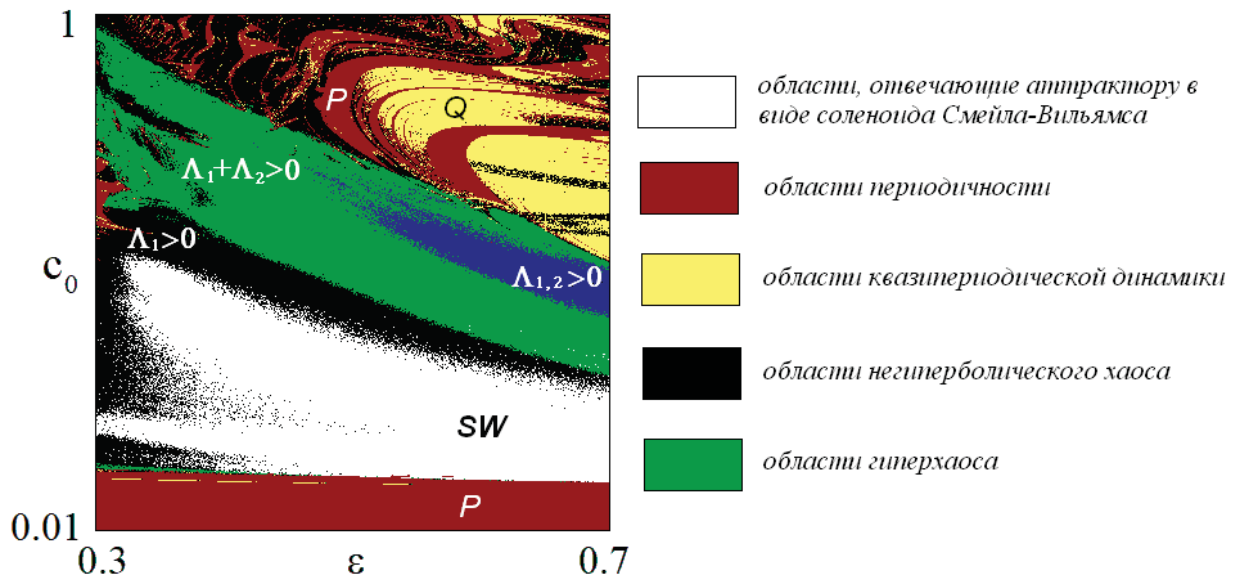


Рис.3. Карта плоскости параметров, где области режимов, обозначенные определенным цветом и соответствующими надписями, диагностированы по величинам показателей Ляпунова. Параметры: $\Omega = 0.05$, $a_0 = a_1 = 1.5$, $b_0 = b_1 = 0.1$, $\tau = 20\pi$.

Можно полагать, что интересные примеры сложной динамики, включая структурно устойчивый хаос и гиперхаос, могут реализоваться во многих других системах в виде цепочек и сетей на основе модельных нейронов. Интересен вопрос о возможном значении этих феноменов для функционирования естественных нейросетей и их технических аналогов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект № 17-12-01008).

Библиографический список

1. FitzHugh R. // Biophysical journal. 1961. Vol.1, №6. С. 445.
2. Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S. // Proceedings of the IRE. 1962. Т. 50, №10. С.2061.
3. Жалнин А.Ю. // Нелинейная динамика. 2016. Vol. 12, № 1. С. 53.